Aufgabentypen zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100

Alle Aufgabentypen können differenziert in unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden bearbeitet werden.

Aufgaben sind auf mehreren Ebenen zu bearbeiten:

Rechnen mit Repräsentanten (konkrete Ebene)
Rechnen mit Bildern (grafische Ebene)
Rechnen mit Ziffern (Zahlensymbole)
Rechnen mit Zahlwörtern (Kopfrechnen)
Rechnen unter Belastung (Krach, Zeitdruck, …)
Rechnungen übersetzen in Alltagsgeschichten
Textaufgaben

1. Varianten der Gleichungen im Zahlenraum bis 9

Auf der Grundlage des algebraischen Denkens werden Terme gleich gesetzt, wird die Gleichheit erhalten oder zwei Mengen werden bei Zahl-Zerlegungen angeglichen.

0 = 0 1 = 1 2 = 2 usw. (gleiche Anzahl)

1 + 3 = 2 + 2 3 = 2 + 1 3 = 3

1.a. Erleben des Kommutativgesetzes: Gleichungen, die durch gleiche Terme gebildet werden, deren Summanden vertauscht sind. (Spiegelanalogie)

__ + 2 = 2 + 1 1 + __ = 2 + 1 1 + 2 = __ + 1 1 + 2 = 2 + __

1.b. Gleichungsketten, die aus zwei oder mehreren Termen bestehen und auch verschiedene Rechenarten beinhalten.

3 – 1 = 1 + __ 1 + 2 = __ – 1 3 – __ = 1 + 1 __ + 1 = 3 – 1

3 + 2 = __ + 1 1 + __ = 5 – 1 = __ – 3 = 2 + __

1.c. Alltagsnahe Gleichungen, die kleine Kinder spielerisch und unbewusst weit vor ihrer Schulzeit erleben. Vermeidung der Vorstellung vom Gleichheitszeichen als „jetzt kommt das Ergebnis“-Zeichen. Vorstellungen zum Platzhalter an unterschiedlichen Positionen entwickeln.

1 + 2 = __ 1 + __ = 3 __ + 2 = 3

__ = 1 + 2 3 = __ + 2 3 = 1 + __

3 – 2 = __ 3 – __ = 2 __ – 2 = 1

__ = 3 – 2 1 = __ – 2 1 = 3 – __

2. Zahl- und Mengenvergleiche: Gleich, kleiner, größer = < >

$4 = 1 + 3$	$4 = 3 + 1$	$4 = 2 + 2$	$4 > 3$	$2 + 2 > 3$
$5 > 1 + 3$	mehrere Möglichkeiten bei: $\_\_ < 5$		$4 > \_\_$	
unendlich viele Möglichkeiten bei:		$\_\_ > 5$	$4 < \_\_$	

3. Rechnen mit 0 und Erweiterung des Zahlenraumes bis 10

$0 + 0 = 0$	$0 + 5 = 5 + 0$	$0 + 5 = 5$	$5 + 0 = 5$

$10 + 0 = 10$ erster Analogietransfer von $0 + 2 = 2$ auf $10 + 2 = 12$ **(s. 5.)**

$5 - 5 = 0$ $0 = 5 - 5$ Anmerkung: Die Null als Parkplatz für Ziffern von 1 bis 9

4. Rechnen von und zur 5

$\_\_ + 1 = 6$	$\_\_ + 2 = 7$	$\_\_ + 3 = 8$	$\_\_ + 4 = 9$	$\_\_ + 5 = 10$
$1 + \_\_ = 5$	$2 + \_\_ = 5$	$3 + \_\_ = 5$	$4 + \_\_ = 5$	

5. Rechnen von und zur 10

$3 + \_\_ = 10$	$\_\_ + 7 = 10$	$3 + 7 = \_\_$	$10 = 3 + \_\_$
$10 = \_\_ + 7$	$\_\_ = 7 + 3$	$10 - 3 = \_\_$	$10 - \_\_ = 3$
$\_\_ - 3 = 7$	$\_\_ = 10 - 3$	$3 = 10 - \_\_$	$7 = \_\_ - 3$

6. Rechnen mit Einern und einem Zehner

$10 + 2 = 2 + 10$	$12 = 2 + 10$	$12 = 12$	$10 + 2 = \_\_$	$\_\_ + 2 = 12$
$10 + \_\_ = 12$	$\_\_ = 10 + 2$	$12 = \_\_ + 2$	$12 = 10 + \_\_$	$12 - 2 = \_\_$
$\_\_ - 2 = 10$	$12 - \_\_ = 10$	$\_\_ = 12 - 2$	$10 = \_\_ - 2$	$10 = 12 - \_\_$

7. Zweiter Analogietransfer (Voraussetzungen: 5 – 2 = 3 und 3 + 2 = 5)

15 – 2 = 13 13 + 2 = 15

8. Zehner-Über- und Unterschreitungen, Transfer der Zerlegungen aus dem Zahlenraum 10

7 + 8 = 15 7 + 3 + 5 = 15 (Voraussetzungen: 7 + __ = 10 , 3 + __ = 8 , 10 + 5 = __)

15 – 8 = 7 15 – 5 – 3 = 7 (Voraussetzungen: 8 – 5 = __ , 10 – 3 = __ , 15 – 5 = __)

9. Dritter Analogietransfer von Einern auf Zehner

20 + 30 = 50 (Voraussetzung: 2 + 3 = 5) 50 – 30 = 20 (Voraussetzung: 5 – 3 = 2)

10. Vierter Analogietransfer Zehner/Einer-Differenzierungen
(Voraussetzungen: 0 + 5 = 5, 10 + 5 = 15 und 6 – 6 = 0; 16 – 6 = 10, 16 – 10 = 6, 3 – 3 = 0, 30 – 30 = 0)

20 + 5 = 25 5 + 20 = 25 30 + 5 = 35 5 + 30 = 35 usw.

36 – 6 = 30 36 –30 = 6 usw.

11. Fünfter Analogietransfer mehrere Zehner minus Einer / Z – E

20 – 3 = 17 (Voraussetzung: 10 – 3 = 7 und 20 –10 = 10)

30 – 3 = 27 50 – 2 = 48 70 – 8 = 62 usw.

12. Sechster Analogietransfer ZE +/- E ohne Überschreitungen
(Voraussetzungen: 5 – 3 = 2, 15 – 3 = 12 und 2 + 3 = 5, 12 + 3 = 13)

45 – 3 = 42 42 + 3 = 45

13. Einfache Über- und Unterschreitungen ZE +/- E mit Ü

34 + 7 = 34 + 6 + 1 (Vorauss.: 4 + __ = 10, 34 + __ = 40, 6 + __ = 7, 40 + 10 = __)

41 – 7 = 41 – 1 – 6 (Vorauss.:7 – 1 = __, 10 – 6 = __, 41 – 1 = __, 40 – 10 = __, 40 – 6 = __)

14. Zehner-Sprünge

76 + 10 = 86 (Vorauss.: 7 + 1 = 8, 70 + 10 = 80, 6 + 0 = 6, 6 + 10 = 16)

45 – 10 = 35 (Vorauss.: 4 – 1 = 3, 40 – 10 = 30, 15 – 10 = 5)

24 + 30 = 54 82 – 50 = 32 usw.

40 + 25 = 40 + 20 + 5, 40 + 25 = 60 + 5, 40 + 25 = 65, als Tauschaufgabe: 25 + 40 = 65

Für viele Kinder ist es zuerst ein wichtiger Lernschritt Zehner und Einer für sich zu bündeln. Zehnersprünge müssen aber bald automatisiert verfügbar sein (ab Mitte 2. Klasse), weil sich sonst darauf aufbauende Aufgaben nicht automatisiert durchführen lassen.

50 – 21 = 50 – 20 – 1 50 – 21 = 30 – 1 50 – 21 = 29 29 = 50 – 21

15. Erweiterte Zehner-Über- und Unterschreitungen ZE +/- ZE ohne Übergänge

56 – 24 = 56 – 20 – 4 56 – 24 = 36 – 4 56 – 24 = 32 32 = 56 – 24

37 + 42 = 37 + 40 + 2 37 + 42 = 77 + 2 37 + 42 = 79 79 = 37 + 42

Wer hier die Zehnersprünge mit gemischten Zahlen nicht automatisiert abrufen kann, ist darauf angewiesen einen weiteren Rechenschritt einzubauen, der bei Kindern nicht selten zu Missverständnissen führt.
56 – 24 = 50 – 20 + 6 – 4
Ein zusätzlicher Arbeitsschritt (überflüssiger Schritt) und der Wechsel der Rechenart machen diesen Weg leicht fehleranfällig.

16. Erweiterte Zehnerüber- und Unterschreitungen ZE +/-ZE mit Ü

Spätestens, wenn erweiterte Über- und Unterschreitungen gerechnet werden, müssen Zehnersprünge automatisiert sein, weil sich anders kein systematisierter Rechenweg gestalten lässt.

64 – ***36*** = 64 ***– 30 – 4 – 2*** 28 + ***36*** = 28 + ***30 + 2 + 4***

Während sich dieser Weg auch zurückverfolgen lässt, also auch umgekehrt funktioniert, bedeutet der folgende Rechenweg zusätzliche Komplikationen, kann nur schwer zurückverfolgt und als Subtraktionsaufgabe sehr schwer dargestellt werden:

28 + 36 = 20 + 30 + 8 + 6 64 – 36 = 60 – ***30*** + 4 – ***4 – 2***

28 + 36 = 50 + 14

28 + 36 = 64

17. Umkehrungen in allen Rechentypen

Die allgemeingültigen Umkehrungen sind von den Tauschaufgaben zu unterscheiden, die nur bei Addition und Multiplikation anwendbar sind.

6 + 2 = 8	8 – 2 = 6	3 + 7 = 10	10 – 7 = 3	10 + 6 = 16	16 – 6 = 10
6 – 2 = 4	4 + 2 = 6	10 – 2 = 8	8 + 2 = 10	13 – 3 = 10	10 + 3 = 13
16 + 2 = 18	18 – 2 = 16	13 + 7 = 20	20 – 7 = 13	20 + 6 = 26	26 – 6 = 20
36 – 2 = 34	34 + 2 = 36	30 – 2 = 28	28 + 2 = 30	45 – 5 = 40	40 + 5 = 45
16 + 5 = 21	21 – 5 = 16	13 + 14 = 27	27 – 14 = 13	26 + 20 = 46	46 – 20 = 26
32 – 4 = 28	28 + 4 = 32	38 – 13 = 25	25 + 13 = 38	45 – 30 = 15	15 + 30 = 45

Beim erweiterten Übergang (siehe 16.) wird deutlich, dass auch die Umkehrung sinnvoll ist.

36 + 27 = 63	63 – 27 = 36
36 + 20 + 4 + 3 = 63	63 – 3 – 4 – 20 = 36

Auch Kettenaufgaben lassen sich umkehren.

12 - 2 - 5 = 5 5 + 5 + 2 = 12 13 + 4 + 2 = 19 19 – 2 – 4 = 13

Aus der Umkehrung der Umkehrung wird wieder die ursprüngliche Rechnung.

4 + 3 = 7 7 – 3 = 4 4 + 3 = 7 usw.

Rechengeschichten zum Vorlesen und gemeinsam im Unterricht bearbeiten.

Es werden 12 Platzhalter-Typen, Vergleichsaufgaben und mehrschrittige Aufgaben in Alltagsgeschichten dargestellt, die eine Vorbereitung auf das Verständnis von Textaufgaben auch ohne Lesefähigkeit ermöglichen. Das mathematische Verständnis kann sich an diesen Aufgaben entwickeln.
Zur Vertiefung des Verstehens sollte im Anschluss an eine durchgeführte Aufgabe zu der gefundenen Rechnung eine neue Rechengeschichte entwickelt werden.
„Welche Rechengeschichte könnte auch zu genau dieser Rechnung passen?“

Erfahrungsgemäß fällt es den Erstklässlern noch sehr schwer, selber eine Frage zu der Geschichte zu stellen, da sie unter anderem auch den Begriff „Frage" noch nicht verstehen. Aber es sollte immer wieder angeregt werden, selber Fragen zu den Geschichten zu stellen und zu überlegen, ob sich die Fragen mit den Informationen, welche die Geschichte beinhalten, auch beantworten lassen. Es ist manchmal auch erstaunlich, welche Worte den Kindern noch nicht bekannt sind. Zuerst muss natürlich das Verständnis der Rechengeschichte sichergestellt werden.

Die 12 Platzhaltertypen

Bei diesen Aufgaben geht es nicht darum, Rechnungen entsprechend der algebraischen Gleichung zu entwickeln. Um die Lösung zu berechnen gibt es oft mehrere Möglichkeiten. Es geht bei diesen Aufgaben hauptsächlich darum, eine Sensibilität dafür zu entwickeln, dass es verschiedene Varianten für eine unbekannte Größe gibt. Damit lässt sich das Denken anregen und ein schematisches Abarbeiten vermeiden.

Die Bezeichnungen Rechengeschichte, Frage, Rechnung und Antwort sollten immer gleichartig verwendet werden.

1. (a+b=x)

Rechengeschichte erzählen oder darstellen lassen: Du hast 5 Buntstifte und bekommst noch 2 dazu.
Frage: Wie viele Buntstifte hast du dann?
Rechnung: an der Tafel
Antwort: sprechen lassen

2. (a-b=x)

Von deinen 6 Erdbeeren gibst du 3 Erdbeeren deiner Freundin.
Wie viele Erdbeeren hast du dann noch?

3. (a +x = c)

Du hast schon einen Würfel. Für das Spiel brauchst du aber drei Würfel.
Wie viele Würfel brauchst du noch damit du das Spiel spielen kannst?

4. (a - x = c)

Du hast 7 Spielzeugautos. Du möchtest deinem kleinen Bruder so viele Autos abgeben, dass du noch fünf Autos übrig hast.
Wie viele Autos gibst du deinem Bruder?

5. (x + b = c)

Ich verstecke in meiner Hand einige Muggelsteine. Du hast sechs Muggelsteine. Zusammen sind es 10 Muggelsteine.
Wie viele Muggelsteine verstecke ich unter meiner Hand?

6. (x - b = c) Ein unbekannter Minuend ist die schwierigste Variante!
Am Anfang hatte ich einige Murmeln. Dann gab ich dir drei Murmeln und jetzt habe ich noch fünf Murmeln.
Wie viele Murmeln hatte ich am Anfang?

Von deinen Puppen verschenkst du zwei an deine Freundin. Jetzt hast du noch drei Puppen.
Wie viele Puppen hattest du vorher?

7. (a = x + c)
Zusammen haben wir sechs Luftballons. Davon gehören dir vier.
Wie viele Luftballons habe ich?

8. (a = b - x)
Auf dem Teller liegen noch 3 Kekse. Vorher lagen 10 Kekse darauf.
Wie viele Kekse wurden aufgegessen?

9. (a = x - c)
Fünf Bücher stehen jetzt noch im Regal. Zwei Bücher habe ich meiner Freundin geliehen.
Wie viele Bücher standen vorher im Regal?

10. (a= b + x)
Wir haben fünf Runden Halli Galli gespielt. Du hast dreimal gewonnen.
Wie oft habe ich gewonnen?

11. (x = a + b)
In unserem Kastanienkorb liegen eine bestimmte Anzahl Kastanien.
Du hast vier Kastanien hineingetan und ich habe fünf Kastanien gesammelt.
Wie viele Kastanien sind im Korb?

12. (x = b - c)
Wir wissen nicht wie viele Kekse noch in der Packung sind.
Es war eine Zehnerpackung und wir haben schon drei Kekse aufgegessen.
Wie viele Kekse sind jetzt noch in der Packung?

Textaufgaben zum Unterschied

Für die **Vergleichsaufgaben** muss der relationale Zahlbegriff gefestigt sein. Kerngedanke ist der Vergleich von „mehr/weniger", es geht um den Unterschied, die Differenz.
Hierzu eignen sich besonders Modellierungen von Alltagssituationen die Maßeinheiten beinhalten, da sich Relationen, Unterschiede, ganz konkret messen lassen. In Beziehung zu den Begriffen „mehr/ weniger" müssen die Angaben „größer/kleiner" z.B. in Zentimetern gemessen, „älter/jünger" z.B. in Jahren, „ länger/kürzer" in Stunden oder Minuten, „schwerer/leichter", „teurer/billiger" verstanden werden. Weitere Vergleiche mit den Kindern suchen...

Die Vergleichsgröße ist unbekannt.
Hier entspricht das Signalwort „mehr" einer Addition und „weniger" einer Subtraktion.

1. Jan hat drei Würfel. Tim hat zwei Würfel mehr als Jan. Wie viele Würfel hat Tim?
(Jan ist vier Jahre alt. Tim ist zwei Jahre älter. Wie alt ist Tim? ...)
2. Lara hat sechs Würfel. Tanja hat zwei Würfel weniger als Lara. Wie viele Würfel hat Tanja?
(Lara ist sieben Jahre alt. Lara ist zwei Jahre jünger. Wie alt ist Lara? ...)

Der Unterschied ist unbekannt.
Auch hier entspricht das Signalwort „mehr" einer Addition und „weniger" einer Subtraktion.

1. Claudia hat vier Würfel. Pia hat sieben Würfel. Wie viele Würfel hat Pia mehr als Claudia.
(Claudia ist vier Jahre alt. Pia ist sieben Jahre alt. Wie viele Jahre ist Pia älter als Claudia? ...)
2. Lars hat fünf Würfel. Leo hat zwei Würfel. Wie viele Würfel hat Leo weniger als Lars?
(Lars ist fünf Jahre alt. Leo ist zwei Jahre alt. Wie viele Jahre ist Leo jünger als Lars? ...)

Die Ausgangsgröße ist unbekannt.
Hier entspricht das Signalwort „mehr" einer Subtraktion und „weniger" einer Addition. Wichtig ist, sich nicht von den Worten irreleiten zu lassen, sondern sich die Beziehung vorzustellen und mathematisch zu beschreiben. An dieser Stelle wird besonders deutlich, dass Hilfsstrategien wie „wenn das Signalwort „mehr" auftaucht, muss immer plus gerechnet werden" das Entstehen von Verständnis behindern können.

1. Tanja hat acht Würfel. Sie hat zwei Würfel weniger als Lena. Wie viele Würfel hat Lena?
(Tanja ist acht Jahre alt. Sie ist zwei Jahre jünger als Lena. Wie alt ist Lena? ...)
2. Finn hat neun Würfel. Er hat drei Würfel mehr als Theo. Wie viele Würfel hat Theo?
(Finn ist neun Jahre alt. Er ist drei Jahre jünger als Theo. Wie alt ist Theo? ...)

Aufbauend darauf können auch **mehrschrittige Aufgaben** durchgespielt und mathematisch dargestellt werden:

z.B.: Mario hat fünf Würfel. Klaus hat zwei Würfel mehr (/weniger) als Mario.
Wie viele Würfel haben beide zusammen?